

第 1 章

導入

1.1 電磁気学の魅力

電磁気学は、応用範囲が非常に広く、奥が深い学問である。それだけに、物理学科に限らず、工学、情報科学、さらには化学などをはじめ、幅広い分野の学生や大人までもが勉強する学問である。電磁気学を面白いと思えるかどうかで、他の物理の分野に対する勉強意欲が大きく変わるといっても過言ではないだろう。電磁気学は、古典物理学 (力学、電磁気学など) と現代物理学 (相対性理論、量子力学、場の量子論など) の橋渡しをする学問でもある。実際に筆者も、物理学科に所属していた頃に初めて電磁気学を学び、高校物理とは全く雰囲気の異なる理論展開に魅せられ、気が付けば物理学で博士号を取得するまでになっていた。

それはさておき、このノートでは、まず Maxwell 方程式の導出を目標に設定する。これは電磁気学の基本方程式をたった 4 つにまとめた非常に美しい方程式である。ここで、先にその方程式を提示しておく^{*1}。

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho(\mathbf{x}, t)}{\epsilon_0} \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0 \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{x}, t) \quad (1.4)$$

これは、真空中の Maxwell 方程式である。この式の意味はこれから説明していくので、後でもう一度見直すとそれぞれの式の物理的な意味が理解できるはずである。これらの 4 つの式を用いると、多くの電磁気学的現象を説明することができる。直接的に Maxwell 方程式と結びつけるのにはまたテクニックが必要ではあるが、日常生活で見られる多くの現象 (例

*1 もちろん現時点で Maxwell 方程式の意味を理解する必要はないし、この章の内容もすべて理解する必要はない。明確な目標を持って学習するとモチベーションも保ちやすいという考えから、先にゴールを示しているだけである。

例えば、静電気、磁気、光の反射・屈折)を科学的に説明することができるということである。物理学とは、実験を通して蓄積した経験から規則性を見出し、その背後にある本質を見抜くことで、実験結果をすべて説明できるような方程式を探し求める学問である。電磁気学の Maxwell 方程式や、力学の Newton 方程式はその例と言える。

Maxwell 方程式を出発点として諸々の現象を説明していくというスタイルによって、まさに電磁気学の面白さを体現する教科書 [1] も存在しており読む価値がある。しかし、やはり電磁気学を学ぼうとしている人にとっては、この強力な方程式をどのようにして導出するのかの方が専らの興味だと思うため、先述の通り、このノートでは Maxwell の方程式の導出をはじめに行う。

Maxwell 方程式が得られた後は、応用が非常に幅広い。例を挙げると、次のようなパターンの教科書がよく見られる。

- Maxwell 方程式を利用して改めて電磁気学的現象を見直す [1]
- 電気回路の理論に進む (アナログ回路、デジタル回路)
- 電場と磁場が作り出す電磁場の放射や電磁波について解説する [2] (加速器、高エネルギー実験)
- 光学理論に進む (光の屈折、反射、偏光)
- 電子顕微鏡などに用いられる電子光学理論を解説する (SEM, TEM, STEM)
- 電磁気学から特殊相対性理論へのつながりを議論する (特殊相対性理論の発見)
- 電磁気学を拡張し、特殊相対性理論と量子力学を組み合わせる量子電磁力学 (QED) へと進む
- and more...

これらの内容はいずれは解説したいと思っているが、現状では未定である。

この節の最後に述べておきたいのは、電磁気学の数学表現のことである。電磁気学は古典物理学と現代物理学の橋渡しであるため、物理学科の学生にとっては物理数学 (物理に用いる数学) の入門という位置付けにもなっている。多重積分、広義積分、ベクトル解析や微分方程式などが初登場し、その後頻繁に現れる。これは、先述の通り、物理学が目的としているような実験結果をすべて説明するには、数学を利用するのが最も相性が良かったためである。物理学にとってなぜ数学を必要とするのかは自明ではないが、電磁気学を理解したと思える頃には数学の面白さにも気づき、これなしに電磁気学を語れないと感ずることだろう。一方で残念なことに、数学の難しさのせいで電磁気学を諦めてしまう人も一定数いるようである。ここは純粋数学の議論をする場ではないのだから、現実的にイメージできる物理現象と結びつけて、時には自分で実験して確かめながら、数学表現の意味を理解するのが良いだろう。このノートでもなるべく物理的意味を見失わないような解説を心がけるつもりである。物理と数学を同時に学べて一石二鳥だという気持ちで学んでほしい。

1.2 電磁気学の位置付け

まず、電磁気学とは、身近な例でいえば電気の力や磁石の力について、定量的に記述し、理解するための学問である。ここで、力というのは力学的な力のことであるため、想像するのはそれほど難しくないはずである。静電気によって髪の毛が逆立つのも、髪の毛に電気の力(クーロン力)が働くためであるし、電動モーターでは、電流が流れるコイルに対して磁石の力(ローレンツ力)が働くことによって回転運動が発生する。このような力、すなわち電磁相互作用の大きさをどのように表現できるのかを考えるのが電磁気学である。

ところで、現代の物理学では、4つの基本的な相互作用があると考えられている。つまり、すべての自然現象は4つの相互作用の組み合わせによって記述することができる。この4つの相互作用とは、

重力相互作用

重力は、質量を持つ物体同士が引き合う力である。日常生活では、物体が地面に引かれる現象として最も身近に感じることができる。重力相互作用は、物体の質量が大きくなるほど強くなる。

電磁相互作用

電磁気学の主要なテーマであり、電荷を持つ粒子間の相互作用である。クーロン力やローレンツ力などがこれに該当し、静電気現象や電磁波の伝播、化学結合など、多くの現象を説明する。

弱い相互作用

主に素粒子物理学の領域で現れる相互作用で、 β 崩壊などの放射性崩壊*2に関与する。弱い相互作用は、素粒子のフレーバー(種類)を変える唯一の相互作用である。

強い相互作用

原子核を構成する陽子や中性子を束縛する力である。強い相互作用は、非常に短距離でしか働かないものの、その強さは他の相互作用と比べて圧倒的である。

である。身近な例は重力相互作用と電磁相互作用であり、日常生活においては、弱い相互作用と強い相互作用を感じることはないだろう。

それぞれの相互作用の相対的な強さを単純に比べると、強い相互作用($\sim 10^{40}$) > 電磁相互作用($\sim 10^{38}$) \gg 弱い相互作用($\sim 10^{15}$) \gg 重力相互作用(1)の順となる。しかし、それぞれの相互作用が影響を与える有効な範囲が異なるため、考えているもののスケールによって相互作用の寄与が異なる。強い相互作用については、有効範囲が 10^{-15} mほどで、原子

*2 最近は崩壊ではなく、壊変というようになっている [3]

核のサイズ程度の影響力しかもたない。また弱い相互作用についても、 10^{-18} m 程度とさらに短い範囲にしか影響を及ぼさない。一方、電磁相互作用と重力相互作用については、理論的には距離の2乗に反比例した力が無限遠まで働く。そのため、人間のスケール (\sim m) で見ると、電磁相互作用と重力相互作用が支配的に見えるのである。

このノートでは電磁気学、すなわち電磁相互作用の理解に向けて解説を進めていくわけだが、その後の物理学の学習の流れを簡単に説明しておく。まず、特殊相対性理論と量子力学を学び^{*3}、それらを合わせた新しい枠組みの場の量子論を学ぶ^{*4}。場の量子論の中で、電磁相互作用を扱う量子電磁力学 (QED) を学ぶことでようやく電磁相互作用を理解したと言えるだろう^{*5}。さらに、弱い相互作用と電磁相互作用を統一的に記述することができるのである。これは電弱統一理論という。ここで4つの基本相互作用の一部が統一した枠組みで記述できるようになるのだが、美しい理論体系であるために勉強してみると逆に難しく感じない不思議なところでもある。歴史を振り返ると、電磁気学も電気の力と磁気の力というのはかつては別々の力と考えられていた。しかし、これらは Maxwell 方程式によって、統一的に電磁気学の枠組みによって記述することができるようになったのである。物理学ではこのように本質を見出して、なるべく統一して究極の方程式で森羅万象を説明しようとするのである。とすると、残りの強い相互作用と重力相互作用も統一したくなる。電弱統一理論と強い相互作用を統一した理論を大統一理論といい、さらに重力相互作用まで統一したものを超大統一理論または万物の理論という。しかし、これらはまだ完成しておらず、現代物理学の大きなテーマとなっている。大統一理論については、実験的な研究によって検証が行われているものの肯定的な結果はなかなか得られていないのが現状である。一方、超大統一理論はさらに難しく検証もほぼできない状況であるが、超弦理論などがその理論の候補となっている。現在、筆者は電弱統一理論までしか勉強していないため、これ以上の解説はできないが、現代物理学の全体像と、その中における電磁気学の位置付けは理解してもらえただろうか。電磁気学で扱う電磁相互作用は、これらの中では最も扱いやすく、この他の相互作用を研究する上での指針を与えてくれる存在にもなる基本的な相互作用となる。まずは、電磁気学の理論体系を学び、どのように Maxwell 方程式によって、一見異なる電気と磁気の力を統一したのかを知ることができる。ここには現代物理学の研究へも通じるヒントが隠されているのかもしれない。

*3 この段階で物理学科だと学部3年頃だろう。

*4 この段階で修士1年。

*5 ここですでに授業で扱う範疇を逸脱しているため、自主的な学習または素粒子・原子核系の研究室での教育になる。

参考文献

- [1] 砂川重信, 「理論電磁気学」, 紀伊國屋書店 (1999).
- [2] 砂川重信, 「電磁気学」, 岩波書店 (1977).
- [3] <https://www.env.go.jp/chemi/rhm/h29kisoshiryo/h29kiso-01-02-05.html>